O ouro da colônia e o número e

Ernesto Rosa

Se emprestarmos uma moeda a juros de 100% ao ano, no fim de um ano, teremos de volta 2 moedas:

1 ano $\rightarrow$ M = 1 + 100% = 1 + 1 = 2 (moedas).

Qual é o melhor empréstimo, a 100% por ano ou a 50% cada 6 meses?

Contando 50% cada meio ano, teremos:

6 meses $\rightarrow$ $M = 1+50\% = 1+\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

1 ano $\rightarrow$ $M = \frac{3}{2} + 50\% \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2}\,(1+\frac{1}{2}) =$

$= (\frac{3}{2})^2 = 2{,}25$ (moedas), logo: $M = (1+\frac{1}{2})^2$

Desse modo, ganhamos mais do que contando juros anualmente, pois, no segundo semestre, a taxa (50%) foi aplicada sobre $\frac{3}{2}$ e não sobre 1, portanto com juros sobre juros.

Qual é o melhor empréstimo, 100% por ano ou 25% cada 3 meses?

Lembrar que, $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$.

3 meses $\rightarrow$ $M = 1+\frac{1}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow M = (1+\frac{1}{4})^1$.

6 meses $\rightarrow$ $M = \frac{5}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{4} \cdot (1+\frac{1}{4}) =$

$= (\frac{5}{4})^2 \Rightarrow M = (1+\frac{1}{4})^2$

9 meses $\rightarrow$ $M = (\frac{5}{4})^2 + \frac{1}{4} \cdot (\frac{5}{4})^2 =$

$= (\frac{5}{4})^2 \cdot (1+\frac{1}{4}) = (\frac{5}{4})^3 \Rightarrow M = (1+\frac{1}{4})^3$

1 ano $\rightarrow$ $M = (\frac{5}{4})^3 + \frac{1}{4} \cdot (\frac{5}{4})^3 =$

$= (\frac{5}{4})^2 \cdot (1+\frac{1}{4}) = (\frac{5}{4})^4 \Rightarrow M = (1+\frac{1}{4})^4$

E assim por diante. Se contarmos juros todos os dias, a fórmula que dá o montante no fim de um ano será:

$$M = (1+\frac{1}{365})^{365}.$$

Se dividirmos o ano em n partes, teremos a fórmula: $M = (1+\frac{1}{n})^n$, que dará o valor no fim de um ano. É claro que, quanto mais rápido contarmos os juros, maior será o rendimento.

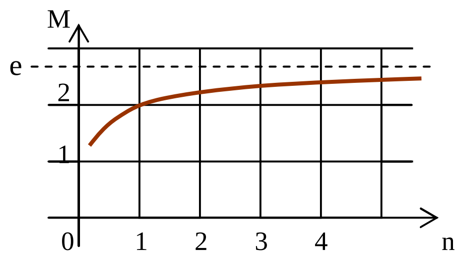
Bernoulli estudou a expansão de $(1+\frac{1}{n})^n$ que usou no cálculo de juros compostos. O problema foi por ele apresentado da seguinte maneira:

"Como calcular o crescimento de uma quantia emprestada a juros compostos, isto é, juros sobre juros, e contados em cada instante?".

O que Bernoulli queria saber é se existe um "limite" para o crescimento de $(1+\frac{1}{n})^n$.

O gráfico de $M = (1+\frac{1}{n})^n$ já dá uma idéia do comportamento da função:

n	$(1+\frac{1}{n})^n$
1	$(1+1)^1 = 2$
2	$(1+\frac{1}{2})^2 = (\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4} = 2{,}25$
3	$(1+\frac{1}{3})^3 = (\frac{4}{3})^3 = \frac{64}{25} = 2{,}37$
4	$(1+\frac{1}{4})^4 = (\frac{5}{4})^4 = \frac{625}{256} = 2{,}44$
...	...



Os livros de Cálculo trazem a prova de que, à medida que n cresce, também $(1+\frac{1}{n})^n$ cresce para o limite e = 2,718 281..., que é um número transcendental, como π. Portanto, uma moeda a juros compostos de 100%, contados a cada instante, cresce para *e* moedas em um ano. No segundo ano vai para e^2, multiplicando por *e*. a cada ano e, se em vez de uma moeda emprestamos duas, teremos o dobro 2e no fim do primeiro ano e $2e^2$ no segundo.

Se emprestarmos C moedas, teremos Ce no primeiro ano, Ce^2 no segundo ano, Ce^3 no terceiro e assim por diante.

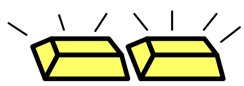
No momento t, nosso crédito será $C{\cdot}e^t$ moedas, com juros de 100%.

Com $i\% = \frac{i}{100} = \alpha$, teremos: $M = C \times e^{\alpha t}$, no final do tempo t do empréstimo de um capital C.

Isto porque: $(1+\frac{\alpha}{n})^n = e^\alpha$.

A mesma fórmula possui aplicação na Biologia. Por exemplo, se uma determinada bactéria se reproduz na taxa de $i\% = \alpha$ ao ano, teremos a mesma função $y = N{\cdot}e^{\alpha t}$ para descrever seu aumento populacional (são funções cuja variação é proporcional à y, isto é, $y' = ky$).

Essa preocupação com juros sobre juros ocorria porque as colônias da América enchiam de ouro o mercado europeu, provocando uma sensacional inflação.



Mas o que é a inflação?

É aumento da procura ou diminuição de oferta de bens.

Como é isso?

Em um ano de boa safra, sobrou cebola e o seu preço baixou. Em outro ano de seca, o preço subiu. Esse é um fenômeno freqüente e geral: a oferta (ânsia de vender) tende a baixar os preços e, de outra parte, a procura (ânsia de comprar) tende a aumentá-los.

A lei fundamental da economia é a *lei da oferta e procura*. Como é essa lei?

O país todo produz uma certa quantidade anual PB de bens e serviços. Uma parte (DIE) dessa produção desaparece 1) internamente, em perdas de todo tipo, como geadas, desperdícios, problemas com estocagem, parasitismo de pessoas que consomem muito e produzem pouco; e 2) externamente, com a evasão, que ocorre por artifícios de preços baixos nas exportações (subfaturamento) e preços elevados nas importações (superfaturamento), provocando grande saída para pequena entrada (trocas desvantajosas). Sem falar no contrabando, pagamentos de royalties, juros etc. A outra parte (CI) da produção é para o consumo interno, são bens que podem ser comprados no mercado interno. Para comprar as mercadorias disponíveis anualmente no país, as pessoas recebem uma quantidade de dinheiro por ano. Todo esse montante de dinheiro compra toda a massa de produtos disponíveis.

Se o montante de dinheiro é aumentado, aumenta a procura. Os preços sobem, e as pessoas acabam consumindo a mesma coisa. É a inflação! Inflacionar é injetar dinheiro nas mãos das pessoas, aumentando o poder de compra, sem o correspondente aumento das mercadorias disponíveis. A mesma subida de preços acontece se houver diminuição dos bens disponíveis para a compra. No primeiro caso as pessoas ficam com muito dinheiro de pouco valor e o consumo é o mesmo. No segundo caso as pessoas ficam com pouca mercadoria de muito valor. É a carestia.

Ao contrário, se há pouca procura ou muita mercadoria, os preços tendem a baixar e o dinheiro a se valorizar por causa da oferta, sobrando estoques, prateleiras cheias, como ocorreu nos Estados Unidos em 1929, provocando grande intervenção na economia. É a deflação!

A lei da oferta e procura é que todo o montante de ganho anual pelas pessoas compra todas as mercadorias disponíveis no mercado interno naquele ano. O montante de ganho anual equivale ao total das mercadorias disponíveis naquele ano.

Há riscos em deixar que a oferta e procura equilibrem os preços. Além do mais, há interesse em equilibrar os preços tendendo a um padrão global. Assim, é calculado o quanto deve ser injetado na população, para obter os preços desejados. Para possibilitar esse cálculo, foi criado o salário mínimo (além de outros indexadores). Primeiro define-se o que a população vai consumir, depois fixa-se o salário mínimo que leva a esse consumo com os preços desejados. A matemática fornece meios de fazer essa indexação para equilibrar oferta e procura no padrão desejado por quem está no comando.

Na Europa dos séculos XVI e XVII ocorreu inflação. Houve um exagerado aumento de preços provocado pelas descobertas de minas de ouro e prata no Brasil, México, Peru e em outros lugares. Estes metais preciosos iam para a Europa e, transformados em moedas, entravam em circulação. As pessoas que tinha acesso a essa riqueza passaram a gastar muito provocando a chamada "revolução dos preços" na Europa. Os juros subiram muito. O tempo de contagem dos juros diminuía. Essa situação motivou o trabalho de Bernoulli, fazendo surgir a fórmula: $M = C \cdot e^{\alpha t}$

Esse é um exemplo de como aos poucos a sociedade foi sendo submetida à Matemática. Surgiram os salários mínimos, que determinam um quinhão de consumo do trabalhador. Cada pessoa ganha tantos salários mínimos o que lhe dá um determinado poder aquisitivo. Além disso, cada pessoa possui ações que também lhe dão um poder aquisitivo. Salários e rendimentos são calculados e decretados para determinar o que a população vai consumir e quanto vai ser remetido para outras regiões. Por esse meio, as economias ficaram indexadas e a inflação controlada, em todo o mundo. Por isso, todos os países adotaram o salário mínimo ou outras formas de indexações, tendendo a preços e moeda globais.

Cada país "em desenvolvimento" tem o seu "pai dos pobres", criador do salário mínimo. Aliás, também, cada pais tem seu "modernizador da economia" e seu "controlador da inflação". É a globalização!

Desse modo, foram congelados os preços, os salários, as rendas e os fluxos de mercadorias de uma região para outra e de uma classe para outra. Cada vez mais, a Matemática subsidia os governos nos controles das suas crises e na determinação da partilha pelas classes sociais e pelas diversas regiões globais. As empresas se globalizam, as pessoas compram ações, adquirindo direitos sobre a produção global. Acabam países, propriedades, capital. Ficam direitos históricos a quinhões (sob controle): cada um com o seu.

São Paulo junho/2005